

## NUMERICAL STUDY OF TIRES BEHAVIOUR

**Jerzy Małachowski**

*Military University of Technology  
Department of Mechanics and Applied Computer Science  
Gen. Sylwestra Kaliskiego 2, 00-908 Warsaw, Poland  
tel.: +48 22 6839683  
e-mail: j.malachowski@wme.wat.edu.pl*

### **Abstract**

*The main aim of this research was focused on FE tires model development. To reach this goal the real tires were scanned using digitising arm and than transferred to CAD software. The total FE models were created in the MSC.Patran software. The applied technique is called reverse engineering. In this models major wheel elements like belt, tread, side wall, drum and rim were included. In order to realistically simulate the interaction between the tire and surface, internal pressure is appropriately represented by applying airbag option to the wheel model. In such situations the volume is defined as the volume enclosed by a surface. In analysed cases the control volume were modelled by shell elements comprising the airbag fabric material. The area of the control surface which surrounds analysed volume is related to the control volume according to Greens's theory. To describe other rubber components of the tyre, such as a tyre tread and tyre sides, a material model of rubber was applied. Due to the complex and irregular shape of the tire (tread, rim, side wall) it was decided to use structural elements such solid elements. Numerical analysis was performed using LS-Dyna code. Finally, some results from performed tests are enclosed in this paper.*

**Keywords:** *tire, modelling, Finite Element Method, dynamic tests*

## NUMERYCZNE TESTOWANIE OPON

### **Streszczenie**

*Głównym celem referatu jest przedstawienie problematyki modelowania opon (kół) jako elementów konstrukcji pojazdów. W pracy pokazane są różne przykłady modelowania tych konstrukcji na przykładzie koła samochodu ciężarowego, koła podwozia samolotu transportowego oraz koła samochodu osobowego. W każdym z tych trzech przypadków przedstawiono trzy różne techniki modelowania, od najprostszego modelu dla pojazdu ciężarowego, aż do najbardziej skomplikowanego modelu koła w przypadku pojazdu osobowego. Wykorzystanie zaawansowanych systemów CAD/CAE pozwoliło na stworzenie w szybkim czasie złożonego modelu koła samochodu osobowego, który stał się bazą do obliczeń numerycznych z zastosowaniem metody elementów skończonych. Przy tworzeniu modelu numerycznego koła położono nacisk na zamodelowanie wewnętrznych części składowych (opasanie, osnowa, drutówka). Jednak szczególną uwagę zwrócono na dokładne odwzorowanie bieżnika. Udało się to dzięki zastosowaniu nowoczesnej techniki „reverse engineering”. Obliczenia we wszystkich trzech przypadkach przeprowadzono z wykorzystaniem jawnej procedury całkowania zawartej w systemie LS-Dyna.*

**Słowa kluczowe:** *opona, modelowanie, metoda elementów skończonych, testy dynamiczne*

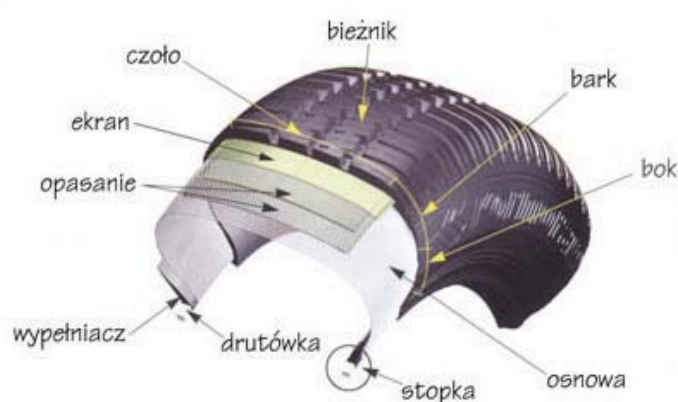
### **1. Wprowadzenie**

Zachowanie się pojazdu podczas jazdy silnie zależy od właściwości zastosowanego ogumienia. To z kolei, ze względu na złożoność budowy, nieliniowe zachowanie się oraz zastosowanie różnorodnych materiałów (guma, stal, kompozyty), stało się wyzywającym tematem badań w dziedzinie obliczeń numerycznych. Biorąc pod uwagę bezpieczeństwo kierowcy i pasażerów, a także w celu poprawienia czy też porównania właściwości ruchowych [2,3,12] oraz osiągow pojazdów o różnych konstrukcjach, przeprowadza się szereg analiz numerycznych interakcji

opona-droga. Zagadnienie to ma szczególne znaczenie w przypadkach silnych deformacji opony. Dotyczy to zachowania się tej konstrukcji w momencie najazdu na wszelkiego typu nierówności [2,6,7] (np. przypadkowe przedmioty pozostawione na drodze), najazd na krawężnik lub na warstwę wody (problem aquaplaningu). Prowadzenie testów jednocześnie metodami eksperymentalnymi i numerycznymi pozwala na zbudowanie zweryfikowanych modeli MES, a następnie testowanie ich w bardziej złożonych sytuacjach.

## 2. Charakterystyka badanego obiektu

Nowoczesna opona samochodowa cechuje się skomplikowaną konstrukcją. Stanowi ją szereg połączonych ze sobą w procesie wulkanizacji elementów gumowych, tekstylnych oraz stalowych. Typową konstrukcją opony do samochodu osobowego na przykładzie opony radialnej pokazano na Rys. 1. Szczegółowy opis dotyczący budowy opon oraz funkcji, jaką spełnia każdy jej element składowy, zawarty jest w pracach [5,8,9].



Rys. 1. Budowa klasycznej opony radialnej [8]  
Fig. 1. Cross-section of typical radial tire [8]

## 3. Elementy modelowania numerycznego opon

### 3.1. Modelowanie ciśnienia powietrza w kole

Do odwzorowania zmian ciśnienia na skutek deformacji opony zastosowano model poduszki powietrznej. Pozwala on na kontrolę objętości i bazuje na teorii Greena. Analizie poddaje się zamkniętą objętość, która jest określona przez elementy powierzchniowe, dla których sprawdzane jest położenie i orientacja w każdym kroku całkowania. Teoria ta bazuje na równaniu [4,7]:

$$\iiint \phi \frac{\partial \psi}{\partial x} dx dy dz = - \iiint \psi \frac{\partial \phi}{\partial x} dx dy dz + \oint \phi \psi n_x d\Gamma, \quad (1)$$

gdzie pierwsze dwa wyrażenia całkowe dotyczą całkowania po zamkniętej objętości, tj.  $dv = dx dy dz$ , zaś trzeci element składowy dotyczy całki po powierzchni opisującej zamkniętą objętość, gdzie  $n_x$  jest kosinusem kierunkowym między odpowiednią osią a normalną do powierzchni. Arbitralnie narzucone funkcje  $\phi$  i  $\psi$  dotyczą całkowania po objętości i powierzchni. Całkowanie po powierzchni zamkniętej dla wszystkich elementów odbywa się numerycznie.

### 3.2. Modelowanie elementów gumowych

Do opisu pozostałych elementów opony, takich jak bieżnik czy ściany boczne opony, zastosowano model materiałowy gumy bazujący na teorii Mooney-Rivlin. Nieliniowe zachowanie

elastycznego materiału sformułowane jest przez funkcje energii sprężystej  $W$ . Funkcja ta zależy od trzech niezmienników stanu naprężenia według [4,8]:

$$W(I_1, I_2, I_3) = A(I_1 - 3) + B(I_2 - 3) + C\left(\frac{I}{I_3^2} - I\right) + D(I_3 - I)^2, \quad (2)$$

gdzie:

$A, B, C$  i  $D$  - stałe materiałowe,

$\nu$  - współczynnik Poissona,

$I_1, I_2, I_3$  - niezmienniki stanu naprężenia wyrażone przez odkształcenia główne.

### 3.3. Modelowanie elementów warstwowych w oponie

Z punktu widzenia modelowania właściwości materiałowych takich elementów opony jak warstwy kordu, wymagane jest odwzorowanie złożonej struktury, która ma charakter kompozytu. Warstwy te charakteryzują się dużą niejednorodnością i anizotropowością. W dwóch z badanych przypadków, w których oponę opisano z zastosowaniem elementów bryłowych, wykorzystano macierz sztywności uwzględniającą ortotropowy charakter zastosowanych warstw materiałowych. Macierz ta przyjmuje wówczas postać [4,10,11]:

$$D = \frac{I}{\Delta} \begin{bmatrix} E_1(1 - \nu_{23}\nu_{32}) & E_2(\nu_{12} + \nu_{13}\nu_{23}) & E_3(\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23}) & 0 & 0 & 0 \\ & E_2(1 - \nu_{13}\nu_{31}) & E_3(\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{13}) & 0 & 0 & 0 \\ & & E_3(1 - \nu_{12}\nu_{21}) & 0 & 0 & 0 \\ & & & \Delta G_{12} & 0 & 0 \\ & sym. & & & \Delta G_{23} & 0 \\ & & & & & \Delta G_{13} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

gdzie:

$$\Delta = 1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{13}\nu_{31} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{12}\nu_{23}\nu_{31} - \nu_{21}\nu_{13}\nu_{32},$$

$$\nu_{ij}E_j = \nu_{ji}E_i, E_3 = E_2, \nu_{12} = \nu_{13}, G_{13} = G_{12}, \nu_{32} = 0.5E_2 / G_{23} - 1,$$

$E_{ij}$ ,  $G_{ij}$  i  $\nu_{ij}$  - odpowiednio moduły Younga, Kirchoffa i współczynnik Poissona w cylindrycznym układzie współrzędnych.

W takim przypadku wszystkie wielkości w macierzy sztywności uzupełniono danymi otrzymanymi z badań eksperymentalnych. W przypadku modelowania materiałów kompozytowych możliwe jest też podejście polegające na wyznaczeniu stałych materiałów kompozytowych. W przypadku warstw gumowo-kordowych możliwe jest wyznaczenie czterech stałych i potraktowanie analizowanego ciała jako dwuwymiarowego. Takie podejście stosuje się w przypadku modelowania złożonej konstrukcji opony jedną warstwą elementów powłokowych o wypadkowych właściwościach materiału. Można to zrobić bazując na podejściu wytrzymałościowym, które zakłada równość odkształceń gumy i kordu. W literaturze spotka się także ujęcie teoretyczne uzupełnione poprawkami wynikającymi z badań eksperymentalnych. Przykładowe cztery parametry określa się ze wzorów [4,10,11]:

$$E_1 = E_C V_C - E_R(1 - V_C), E_2 = E_R(1 + 2V_C)/(1 - V_C) \\ \nu_{12} = \nu_C V_C + \nu_R(1 - V_C), G_{12} = G_R(1 + V_C)/(1 - V_C), \quad (4)$$

gdzie:

$E_C, E_R, G_C, G_R$  - odpowiednio moduły Younga i Kirchoffa dla kordu i gumy,

$\nu_C, \nu_R$  - odpowiednio współczynniki Poissona dla kordu i gumy,

$V_C$  - współczynnik wypełnienia warstwy gumy kordem.

### 3.4. Modelowanie zjawiska kontaktu pomiędzy oponą a podłożem

W analizowanych przypadkach zagadnienie kontaktu pomiędzy oponą a podłożem zostało opisane z zastosowaniem metody obliczeniowej bazującej na funkcji kary [1,4]. W metodzie tej siła normalna kontaktowa jest wyrażana wg równania [1,4]:

$$F_{nij} = \zeta u_{nji} H(-u_{nji}), \quad (5)$$

gdzie:

$H(\cdot)$  - funkcja Heavisidea,  
 $\zeta = 1/\kappa$ ,  $\kappa$  - współczynnik funkcji kary.

Warunki kontaktu są sprawdzane na podstawie  $\mathbf{B}u \geq \gamma$ , gdzie  $\mathbf{B}$  jest macierzą opisującą kinematykę warunków brzegowych, a  $\gamma$  jest wektorem początkowych szczelin. W trakcie realizacji numerycznej tej metody dodaje się fikcyjny człon energetyczny w postaci funkcji kary [1]  $\pi = 1/2 u^T \mathbf{K}u - u^T f + \kappa [(\mathbf{B}u - \gamma)^T (\mathbf{B}u - \gamma)]$ . Z punktu widzenia interpretacji fizycznej parametru funkcji kary, należy jego działanie zdefiniować jako fikcyjny element sprężysty występujący pomiędzy dwoma kontaktującymi się węzłami. W analizowanym zadaniu wykorzystano prawo tarcia Coulomba, w którym to wielkość siły tarcia uzależniona jest od prędkości dwóch ciał będących w danej kontakcie i przemieszczających się względem siebie. Wielkość siły stycznej wyznacza się wówczas zgodnie z funkcją [1,4]:

$$F_T = -f \left| \frac{u_n}{\kappa} H(u_n) \right| \text{sgn}(v_T), \quad (6)$$

gdzie:

$u_n$  - przemieszczenie na kierunku normalnym pomiędzy dwoma stykającymi się ciałami,  
 $v_T$  - prędkość względna na kierunku stycznym pomiędzy dwoma ciałami wchodzącymi w daną chwilę w kontakt.

## 4. Przykłady wykonanych analiz numerycznych

W przeanalizowanych przypadkach przedstawiono trzy sposoby modelowania opon. W każdym z tych przypadków badano zachowanie się opony w warunkach najazdu na nierówność (przeszkodę).

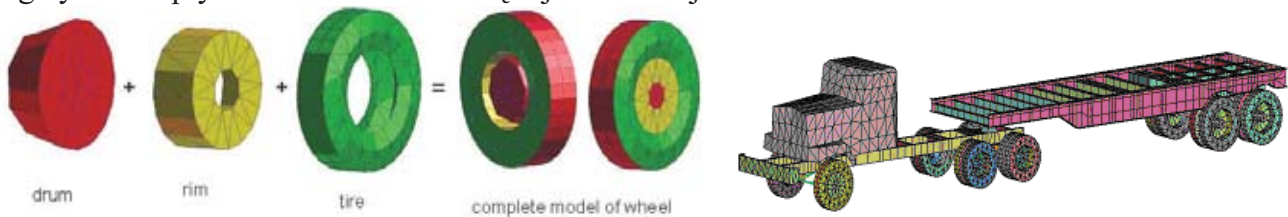
### 4.1. Modelowanie kół pojazdów ciężarowych

Głównym celem przeprowadzonych badań była analiza procesu interakcji pomiędzy pojazdami ciężarowymi, a różnymi konstrukcjami mostów autostradowych. Badania te zostały przeprowadzone przez College of Engineering na Florida State University w Tallahassee pod kierunkiem Pana prof. J. Wekezera. Dzięki możliwości odbycia stażu na tej uczelni, miałem okazję być jednym z uczestników tych badań w ramach projektu realizowanego dla stanowego ministerstwa transportu.

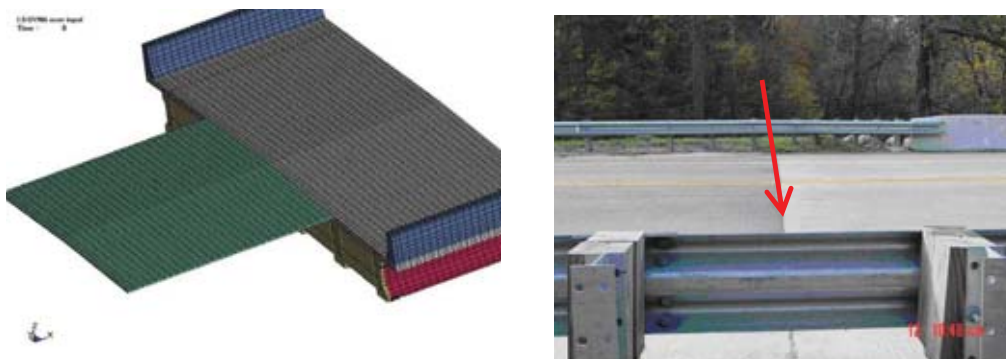
Jednym z aspektów prowadzonych badań był problem dodatkowych elementów (przeszkód) pojawiających się na drodze, które mogą przyczyną wzbudzenia drgań pojazdów wjeżdżających na konstrukcję mostu. W trakcie projektu prowadzono badania eksperymentalne oraz testy numeryczne. W badaniach modelowych odzwierciedlono wiernie całą konstrukcję obciążanej konstrukcji (mostu) oraz pojazdu typu truck (Rys. 2). W trakcie prowadzonych testów numerycznych jedną z możliwości oddziaływania na most jest obciążanie tej konstrukcji układem przemieszczających się sił (układ elementów sprężysto-tłumiących o zadanych charakterystykach obciążeniowych) lub też numeryczne odzwierciedlenie konstrukcji (zarysu) kół wraz z pojazdem. Do analiz przyjęto rozwiązanie z uproszczonym modelem koła z uwagi na możliwość



odzworowywania nierówności nawierzchni na podjeździe do mostu (efekt progu) oraz z uwagi na symulację przejazdu pojazdu przez przeszkodę typu deska, który odzwierciedlał nierówności (zniszczenie) nawierzchni. Szczegóły związane ze sposobem modelowania całości tego zagadnienia zawarte są w publikacji [6]. Skupiając się jednak nad zastosowanym sposobem modelowania kół, należy podkreślić, iż użycie elementów powłokowych o zastępczych charakterystykach sztywnościowych (patrz 2.3) pozwoliło wiernie opisać parametry sprężysto-tłumiące kół oraz przetransportować siły generowane w trakcie kontaktu z powierzchnią i napotkaną przeszkodą na konstrukcję pojazdu poprzez system zawieszenia, a następnie przenieść reakcję pojazdu na obciążany obiekt. Opracowane model numeryczne kół oraz pojazdu przedstawiono na Rys. 2. Na Rys. 3 zobrazowano modelowaną numerycznie sytuację najazdu pojazdu na nierówność powstałą na granicy podjazdu i konstrukcji mostu, która stała się elementem wzbudzającym drgania pojazdu przenoszone następnie w trakcie przemieszczenia się pojazdu na moście na jego konstrukcję. Powodowało to ponad 40 procentowy wzrost odkształceń w elementach nośnych mostu [6]. Był to jeden ze składników (najbardziej znaczący), który tak negatywnie wpływał na zachowanie się tej konstrukcji.



Rys. 2. Modele skończone pojazdu i kół użyte w badaniach [6]  
 Fig. 2. FE truck and wheels (tires) models used in this study [6]

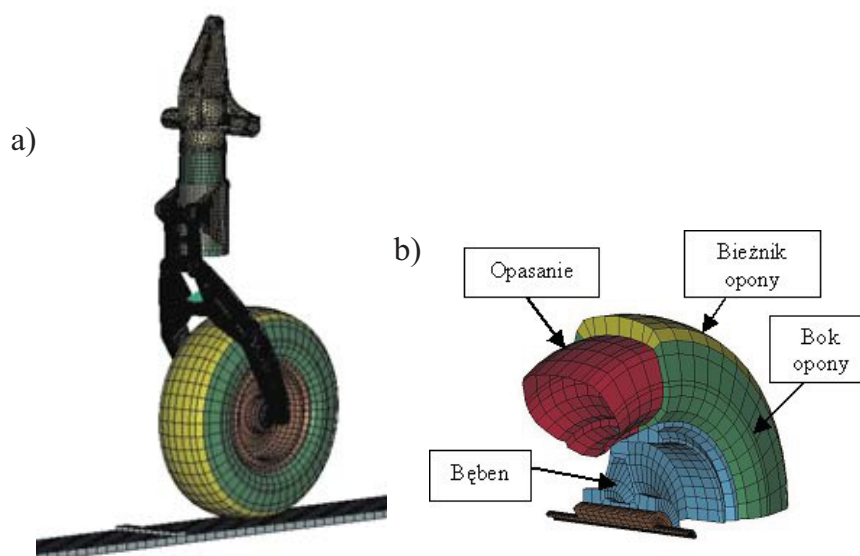


Rys. 3. Model skończony mostu wraz z progiem na granicy podjazdu i mostu [6]  
 Fig. 3. FE span bridge model with the threshold at the abutment joint [6]

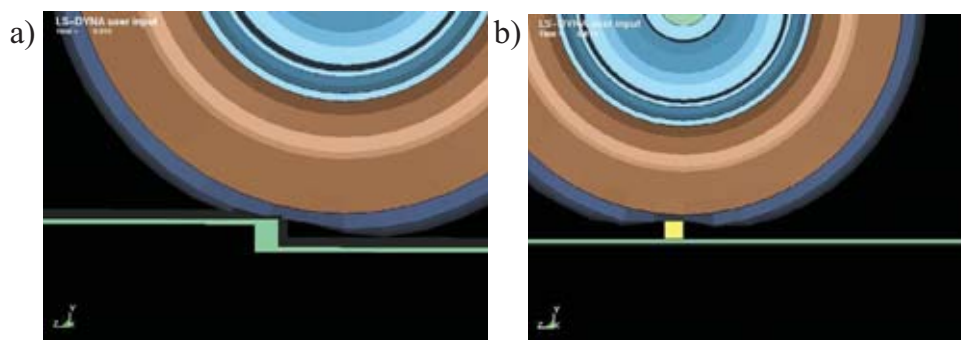
## 4.2 Modelowanie koła samolotu transportowego

Podobnie jak w punkcie 3.1 przebadano zachowanie się opony w kole przednim samolotu transportowego (Rys. 4a). Opona została „napompowana” numerycznie do ciśnienia 0,45 MPa. Jednocześnie koło zostało obciążone pionową siłą dociskającą, która występuje w osi koła w chwili zetknięcia się opony z powierzchnią pasa do lądowania. W modelu opony zawarto takie elementy jak bieżnik, bok opony oraz warstwę opasania (Rys. 4b). Sztywności dla tych warstw przyjęto na podstawie badań literaturowych oraz na podstawie metod pozwalających na wyznaczanie charakterystyk zastępczych dla elementów wielowarstwowych (patrz pkt 2). Dla celów symulacyjnych zbudowano model płyty lotniskowej z możliwymi do pojawienia się na jej powierzchni przeszkodami. Symulację numeryczną najazdów koła na dwa wybrane przeszkody przebadano dla najazdu koła na podniesioną płytę oraz przejazdu koła przez przeszkodę w kształcie prostopadłościanu (Rys. 5a,b). W obu analizowanych przypadkach, w chwili, gdy

opona najeżdża na przeszkodę, wyraźnie widać największe odkształcenie w obszarze bieżnika w strefie styku koła z przeszkodą. Oba przypadki testowano dla prędkości lądowania równej  $38\text{ m/s}$ . Maksymalne wielkości odkształceń uzyskano dla przypadku z prostopadłościenną przeszkodą, gdzie odkształcenia w bieżniku w chwili przemieszczania się koła przez przeszkodę osiągają ok. 20 %.



Rys. 4. Model dyskretny przedniego podwozia podporowego wraz z modelem koła [8]  
Fig. 4. FE models for the landing gear and aircraft wheel [8]



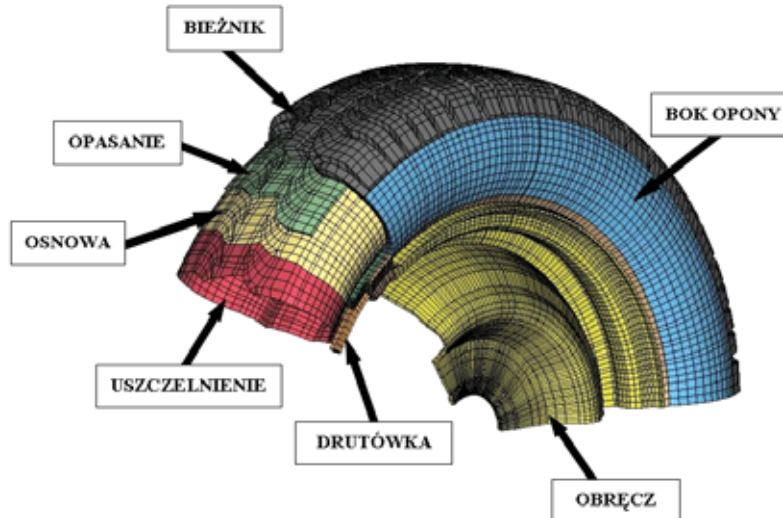
Rys. 5. Obraz deformacji opon w chwili najazdu na przeszkodę  
Fig. 5. Deformed tire in the contact area with threshold and obstacle

### 4.3 Modelowanie koła samochodu osobowego

Nowoczesna opona samochodowa cechuje się skomplikowaną konstrukcją. Stanowi ją szereg połączonych ze sobą w procesie wulkanizacji elementów gumowych, tekstylnych oraz stalowych. Przedmiotem przeprowadzonych analiz numerycznych była opona samochodowa o wymiarach 165/70 R13. Jako cel przy realizacji badań tej konstrukcji przyjęto wierne odwzorowanie wszystkich elementów składowych konstrukcji opony oraz kształtu bieżnika. Zbudowany model numeryczny został tak szczegółowo wykonany, by móc określić najbardziej wyęczone elementy opony oraz pozwalał na sprawdzenie numeryczne pracy opony w symulacji kontaktu z wodą, czyli numeryczne opisanie procesu aquaplaningu (kolejny etap badań).

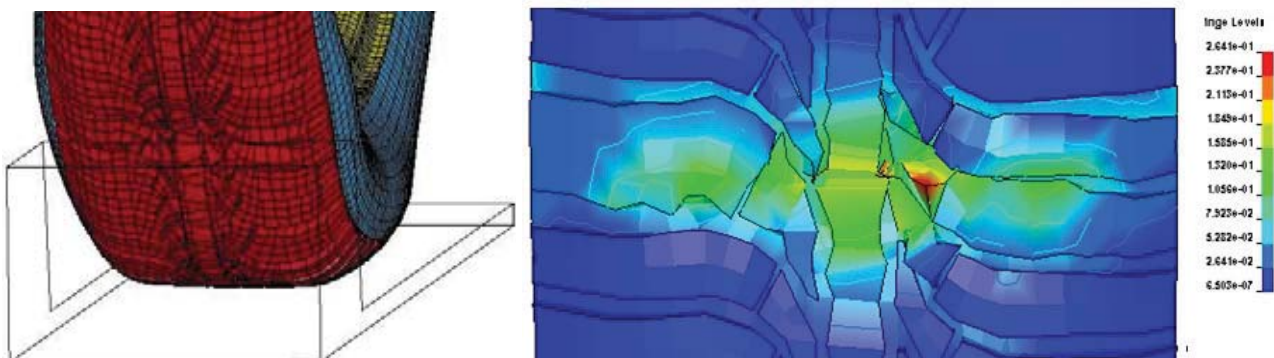
Przy modelowaniu układu rzeczywistego bardzo ważnym etapem jest przejście od modelu geometrycznego do dyskretnego tak, aby model dyskretny dostatecznie dokładnie odzwierciedlał zjawiska zachodzące w badanym obiekcie fizycznym. Opracowanie modelu CAD znacznie ułatwiło zastosowanie techniki *reverse engineering*, czyli skanowanie już istniejących elementów konstrukcyjnych z użycie ramienia do digitalizacji przestrzennej obiektów [7]. Cały model

numeryczny koła wygenerowany w systemie MSC.Patran składał się z 113450 elementów skończonych. Uwzględnione zostały takie części składowe badanego koła jak: bieżnik, bok opony, drutówka, opasanie, osnowa, pasek stopkowy, wypełniacz, uszczelnienie oraz obręcz (Rys. 6). Szczegółowy opis modelu numerycznego został zawarto w publikacjach wcześniejszych, gdzie zamieszczono także wyniki z procesu walidacji modelu [7].



Rys. 6. Budowa klasycznej opony radialnej [7]  
 Fig. 6. Cross-section of typical radial tire [7]

Tak jak w przypadkach poprzednich, tak i w tej analizowanej sytuacji, model poddano analizie numerycznej w aspekcie badania zachowania się opony w kontakcie z przeszkodą. Taką typową sytuacją odwzorowywaną w teście był najazd na krawężnik. W przypadkach, w których pojazd z dużą prędkością najeżdża na nieodkształcalną przeszkodę, a tak należy interpretować betonowy krawężnik w porównaniu ze sztywnością opony, może prowadzić do ukrytych uszkodzeń opon, które zazwyczaj ujawniają się dopiero po dłuższym czasie. Może także dojść do uszkodzenia obręczy. Największe odkształcenia w bieżniku następują w chwili najazdu i przetaczania się koła przez ostrą krawędź krawężnika. Symulację przeprowadzono dla prędkości najazdu równej 20 km/h. Uzyskany obraz deformacji odkształceń przedstawiono na rys. 7. Dla tak postawionych warunków badań, nie nastąpił efekt kontaktu krawężnika z obręczą koła. Należy jednak mieć na uwadze fakt, że w przypadku niedoboru ciśnienia w kole lub zbyt dużej prędkości najazdu, może dojść do deformacji obręczy.



Rys. 7. Obraz deformacji opony w chwili najazdu na krawężnik [7]  
 Fig. 7. Deformed tire in the contact area with curb [7]



#### 4. Wnioski z przeprowadzonych analiz

Wszystkie przedstawione w pracy analizy numeryczne wykazały, że zasadnym jest stwierdzenie mówiące, że modelowanie opon (kół) jest zagadnieniem bardzo złożonym. Przeanalizowane przypadki pokazują, jak różny sposób dokładności przy odwzorowywaniu tych elementów konstrukcyjnych może być zastosowany. Istotnym etapem jest więc decyzja o przyjętym sposobie modelowania kół. Przeanalizowane przykłady świadczą o bardzo zaawansowanym sposobie modelowania opon (kół). Świadczy o tym uwzględnienie układów warstw występujących w badanej konstrukcji (anizotropowość tych warstw), modelowanie powietrza w oponie jako poduszki powietrznej oraz zagadnienia kontaktu pomiędzy oponą, a podłożem (lub przeszkodą). Z otrzymanych wyników potwierdza się fakt, że największe wyteżenia w oponie, pojawiają się zawsze w strefie kontaktu opony z podłożem. Dodatkowo opona jest tym pierwszym elementem, który przenosi skutki kontaktu z napotkanymi nierównościami na pozostałe elementy zawieszenia pojazdu decydując w dużej mierze o bezpieczeństwie jazdy.

#### Podziękowanie

Pracę wykonano w ramach projektu badawczego 4T12C06829 finansowanego przez Ministerstwo Nauki i Informatyzacji. Pragnę także wyrazić podziękowanie Panu Bartłomiejowi Pondel za pomoc przy rozwijaniu modelu numerycznego opony samochodu osobowego.

#### Literatura

- [1] Blajer, W., *Numeryczne modelowanie czasoprzestrzenne dynamicznych zagadnień kontaktowych*, IPPT PAN, 1997.
- [2] Cichocki, K., Wekezer, J. W., *Vehicle trajectories resulting from traversing FDOT street curbs. Numerical analysis and experimental verification*, Advances in Transportation Studies, An International Journal, No.1, Vol. 1, Section B1, pp. 51-61, 2003.
- [3] Fukashima, T., Shimonishi, H., Hayashi, K., Shiraishi, M., *Simulation of a vehicle running on to a curb by using tire and vehicle FE Models*, 4<sup>th</sup> European LS-Dyna Users conference, Detroit, 1998.
- [4] Hallquist, J.O., *LS-Dyna. Theoretical manual*, California Livermore Software Technology Corporation 1998.
- [5] Jaworski, J., *Ogumienie pojazdów samochodowych. Budowa i eksploatacja*, WKiŁ, Warszawa, 1987.
- [6] Kwaśniewski, L., Li, H., Wekezer, J., Małachowski, J., *Finite element analysis of vehicle-bridge interaction*, Journal Finite Elements in Analysis and Design, No 42, pp. 950-959, 2006.
- [7] Małachowski, J., Pondel, B., Szurgott, P., *Numeryczne testowanie pracy opony samochodowej*, Miesięcznik naukowo-techniczny Mechanik Nr 11, str.932-933, 2006.
- [8] Małachowski, J., Wesołowski, M., Krasoń, W., *Computational study of transport aircraft landing gear during touchdown*, Journal of KONES, Vol. 13, No. 3, pp. 187-195, 2006.
- [9] Mioduszewski, P., *O oponach informacji kilka*. www.auto-online.pl.
- [10] Pelc, J., *Material modelling in cord-rubber structures*. Kautsch. Gummi Kuntstst. 53, 10, pp 561-565, 2000.
- [11] Pelc, J., *Orthotropic material model in pneumatic tire analysis*, Proceeding of 12<sup>th</sup> Polish Conference on Computer Methods in Mechanics, Warsaw, pp. 271-272, 1995.
- [12] Prochowski, L., *Teoria ruchu i dynamika pojazdów mechanicznych. Pojazdy kołowe*, WAT, Warszawa 1996.
- [13] Shiraishi, M., Hayashi, K., Iwasaki, N., *Making FEM tire model and applying it for durability simulation*. Proceedings of the 6th International LS-Dyna Users conference, Detroit, 2000.